

Subloading t_{ij} model の材料パラメータの決定法

弾塑性モデル t_{ij} の概念 下負荷面

地域 地盤 環境 研究所 中井照夫
Islamic University of Technology H. M. Shahin

これまでに、 t_{ij} の概念¹⁾で中間主応力の影響を、下負荷面²⁾の拡張で密度・拘束応力やボンディングの影響を唯一的に考慮できる弾塑性モデル(Subloading t_{ij} model)を開発し、自前の有限要素プログラム(FEM t_{ij} -2D, 3D)に組み込むとともに、汎用プログラム(PLAXIS)の UDSM として提供している。本報では、original の Subloading t_{ij} model³⁾からの改良点を含め、モデルの材料パラメータの決定法について解説する。なお、モデルは粘土から砂まで、また、正規状態から過圧密、自然堆積土までの3次元挙動を統一した材料パラメータで説明できる。

1. モデルの概略

モデルの降伏関数 $f=0$ は、Fig. 1 に示すように、修正応力 t_{ij} の平均応力 t_N と応力比 $X=t_S/t_N$ の関数として次式で与えられる(詳細は文献³⁾参照)。

$$f = F - H - \frac{1}{\lambda - \kappa}(\rho_0 - \rho) = 0, \text{ where, } F = \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X), \zeta(X) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{X}{M^*} \right)^\beta, X = \frac{t_S}{t_N}, H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa} = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^p \quad (1)$$

(1)式において、 e_0 : 初期間隙比、 λ : 圧縮指数、 κ : 膨潤指数、 $\zeta(X)$: (a)図の降伏曲面の形状を決める応力比 X の関数、 M^* : 限界状態の主応力比 R_{CS} で決まる。応力比の小さい領域での塑性ひずみ増分の応力経路依存性を表現するため、塑性ひずみ増分は Cauchy 応力 σ_{ij} ではなく t_{ij} 空間での流れ則成分(AF 成分)と等方圧縮成分(IC)成分の和で表す⁴⁾(a)図参照)。

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{dF}{h^p} \cdot \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} - A^{(IC)} \cdot \frac{\partial F / \partial t_{ij}}{\partial F / \partial t_{kk}} + A^{(IC)} \cdot \frac{\delta_{ij}}{3} \quad \text{where, } A^{(IC)} = \frac{L^{(IC)} \cdot dt_N / t_N}{h^p (IC)} \quad (2)$$

ここに、同式からわかるように、 $A^{(IC)}$ に拘わらず塑性体積ひずみ増分は $d\varepsilon_v^p = d\varepsilon_{ii}^p = (dF/h^p) \cdot \partial F / \partial t_{ii}$ となる。また、 $A^{(IC)}$ は応力比の増加とともに減少し、 $\partial F / \partial t_{ii}=0$ となる応力比で 0 となる正のスカラー関数で、 $A^{(IC)}=0$ では塑性ひずみ増分は t_{ij} 空間での関連流動則成分だけになる。(1)式の ρ は(b)図に示すように、現在の間隙比 e と同じ応力状態の正規状態(NCL)の間隙比 e_{NC} との差で、材料の密度を表す状態変数である。

$$d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3} \frac{G/(1+k_a X) + Q/(1+k_b X)}{t_N} \cdot \frac{dF}{h^p} \quad \text{where, } G = a\rho^b \text{ (usually } l_\rho = 1) \quad (3)$$

また、 Q はボンディング効果を考慮するための状態量 ω (仮想上の密度増加と考える)の関数で、 Q および状態量 ω の発展則を次式で与えた。

$$Q = b\omega, \quad d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3}Q \left\| \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} \right\| \cdot \frac{dF}{h^p} \quad (4)$$

なお、塑性係数 h^p は適応条件($df=0$)と(3)式から決めることができ、(2)式の $L^{(IC)}$ は $L^{(IC)}=1$ at $X=0$; $L^{(IC)}=0$ at $\partial F / \partial t_{ii}=0$ を満たす関数で与えた。

$$h^p = \frac{1+e_0}{\lambda - \kappa} \left\{ \frac{\partial F}{\partial t_{kk}} + \sqrt{3} \frac{G/(1+k_a X) + Q/(1+k_b X)}{t_N} \right\} \quad (5)$$

$$L^{(IC)} = \left(\frac{\partial F}{\partial t_{kk}} \frac{t_N}{\sqrt{3}} \right)^2, \quad h^p (IC) = \frac{1+e_0}{\lambda - \kappa} \left\{ 1 + \left\langle \frac{G/(1+k_a X) + Q/(1+k_b X)}{t_N} \right\rangle \right\}$$

なお、理由は後述するが、original モデル³⁾からの主な変更は、(3)式の $d\rho$ の発展則に破線で囲んだ項を加えたことと、 $l_\rho=2$ から $l_\rho=1$ に変えた点である。

2. パラメータの決定法

Table 1 は藤の森粘土の材料パラメータを示している。正規圧密土では Cam clay model と共通である。ここに、 β は(1)式に示すように、 $\zeta(X)$ の関数形を決めるパラメータ(降伏曲面の形状を決める)で、 (p, q) 平面と (t_N, t_S) 平面の違いはあるが、 $\beta=1$ は original Cam clay model と同じ形状となり、 $\beta=1.5$ ではほぼ modified Cam clay model と同じ形状になる。そして、過圧密土では (a, k_a) を追加し、自然堆積土では更に (b, Q_0, k_b) を与えればよい。

正規圧密土の $e-\ln p$ 関係から、 λ (圧縮指数)、 κ (膨潤指数)、 $N(98\text{kPa})$ での NCL の間隙比)を決める。なお、等方圧縮試験がないときは標準圧密試験の $e-\ln \sigma_1$ 関係でも代用出来る。Fig. 2 は $a=100, a=600$ としたときの等方圧縮・除荷・再載荷試験の計算値を示す。同図から a の値が大きくなるに従い過圧密領域での載荷挙動が弾性挙動に近づく。ただし、何れの場合も過圧密領域から正規圧密領域まで滑らかに遷移する。なお、図中の細い破線は original モデル³⁾の計算曲線を示すが、過圧密領域での載荷・再載荷時の応答が柔らかく、NCL に漸近するものの NCL には一致しない ($l_\rho=2$ としているため)。また、Fig. 3 は自然堆積土の等方圧縮試験の解析結果を示す。(a)図は $b=10$ とし Q_0 を変化させた時の結果を、(b)図は $Q_0=10$ とし b を変化させた結果を示す。同図を参考に、他のパラメータ

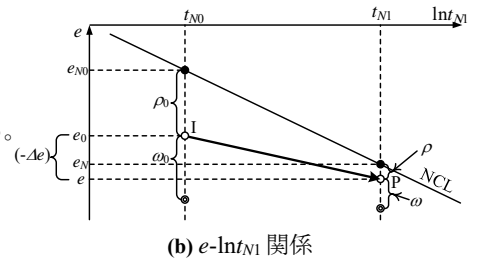
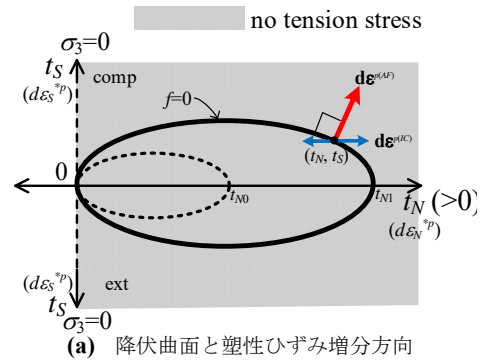


Fig.1 Subloading t_{ij} model の説明図

Table 1 藤の森粘土の材料パラメータ

λ	0.090 or 0.104	Same parameters as Cam clay model
κ	0.010	
$N = e_{NC}$ at $p = 98 \text{ kPa}$	0.83	
$R_{cs} = (\sigma_1/\sigma_3)_{cs(comp)}$	3.5	
v_e	0.2	Shape of yield surface
β	1.5	
a	100	Influence of density and confining pressure
k_a	8	
b	10	Influence of bonding
$Q_0 = b\omega_0$	10	
k_b	3	

Determination of material parameters of the Subloading t_{ij} model:

T. Nakai (Geo-Research Institute) and H.M. Shahin (Islamic University of Technology)

を決定後、原位置の乱さない試料の実測値に適合するパラメータを **try and error** で決める。**Fig.4** は自然堆積土の等方圧縮および標準(K_0)圧縮試験の計算曲線を示す。 e - $\log p$ 関係では等方圧縮と K_0 圧縮で差があっても、 K_0 圧縮の e - $\log \sigma_1$ 関係は NCL に近い状態を含め等方圧縮時の e - $\log p$ 関係にほぼ対応する。

Fig.5 は過圧密比を変えた粘土の三軸圧縮試験($p=\text{const.}$)の計算曲線と実測値(プロット)を示す。(a)図は $a=100, k_a=8$ としたときの、(b)図は $a=600, k_a=50$ としたときの計算曲線である。また、破線は original モデル³⁾の計算曲線を示している。どちらの組み合わせでも実測値および original モデルとよい対応を示す。**Fig.6** は $a=100$ として k_a を変化させた計算曲線(OCR=4)を示している。 $k_a=0$ では剛性・強度を過大に評価し、 $k_a=\infty$ では過圧密土であっても正規圧密土と同じせん断挙動となる。したがって、等方圧縮時のパラメータ a の値に関係なく、適切な k_a を選ぶことにより、せん断時の応力~ひずみ挙動を表現できる。**Fig.7** は **Fig.3** の $Q_0=10, b=10$ とした圧密曲線の種々の応力状態から非排水せん断した時の解析結果を示す。(a)図は e - $\log p$ 関係、(b)図は応力~ひずみ関係、(c)図は有効応力経路を示す。自然堆積土の実測されている非排水せん断挙動の特徴をよく表現している。

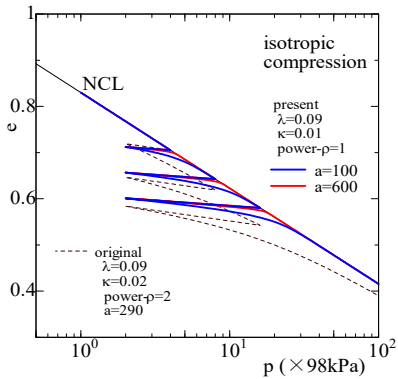
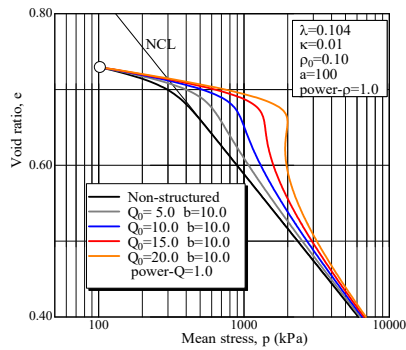
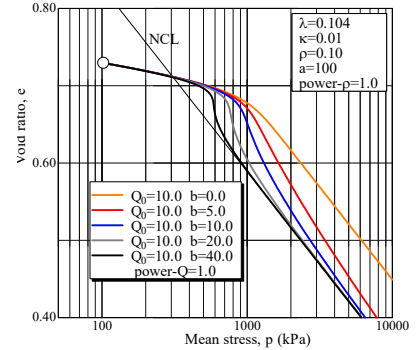


Fig.2 等方圧縮時の e - $\log p$ 関係



(a) Q_0 が一定で b を変化させた場合



(b) Q_0 が一定で b を変化させた場合

Fig.3 自然堆積土の等方圧縮時の e - $\log p$ 関係

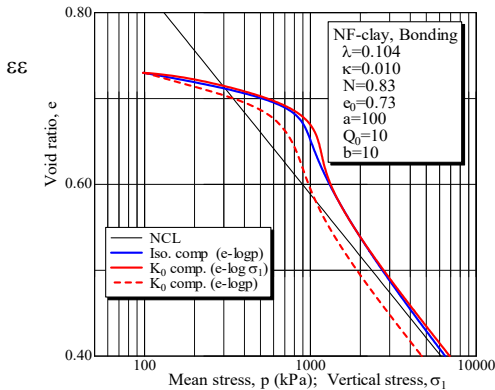
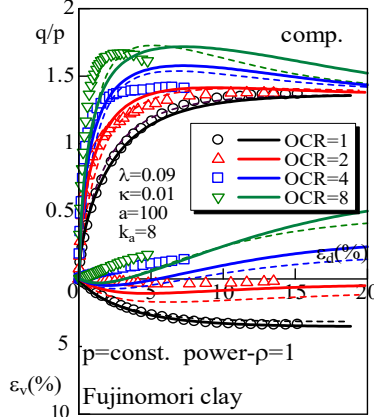
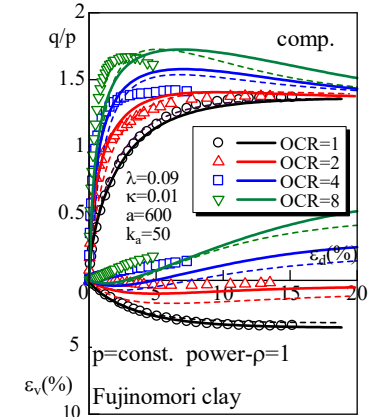


Fig.4 自然堆積土の等方および K_0 圧縮時の e - $\log p, e$ - $\log \sigma_1$ 関係



(a) $a=100, k_a=8$ のケース



(b) $a=600, k_a=50$ のケース

Fig.5 粘土の排水せん断試験結果とモデルによる計算結果

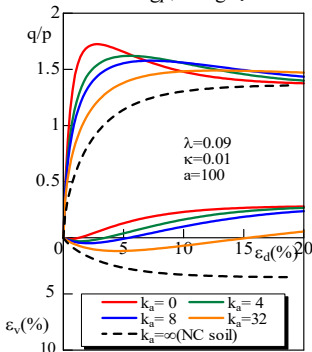
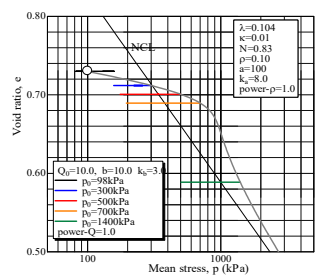
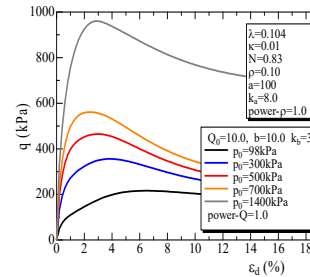


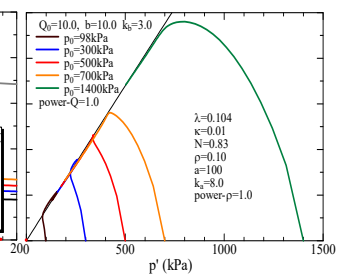
Fig.6 k_a を変化させた計算曲線



(a) e - $\log p$ 関係



(b) q - ϵ_d 関係



(c) q - p 関係

Fig.7 自然堆積土の初期応力の異なる非排水せん断試験の計算結果

本報ではモデルの改良点と粘土を対象に材料パラメータの決め方を説明した。砂質土に対しても同様に材料パラメータを設定できる(ボンディングはないが NCL の決め方が少しやっかい)。モデルは **Fig.1** に示すように塑性成分に関して引張り応力は発生しないが、弾性成分についても引張り応力の発生しない弾性式³⁾を導入できる。また、三軸圧縮条件下のグラフで説明したが、 t_{ij} の概念を使っているため、当然のこととして相異なる 3 主応力下で有効なモデルである。

文献

- 1) Nakai・Mihara(1984): S&F,24(2), 82-94.; 中井(2018): 地盤工学会誌, 66(7), 18-21.
- 2) Hashiguchi(1980): Int. Jour. of Appli. Mech., ASME, 102(2), 266-272.
- 3) Nakai・Hinokio(2004): S&F, 44(2), 53-70; Nakai et. al.(2011): S&F, 51(6), 1149-1168; Nakai (2012): Constitutive modeling of geomaterials. CRC.
- 4) 中井・Shahin(2017): 第52回地盤工学研究発表会, 307-308.; Nakai・Shahin(2019): Proc. of 16th ARCSMGE, Taipei;
- 5) 中井・Shahin・石川(2018): 第53回地盤工学研究発表会, 369-370.; Nakai・Shahin・Ishikawa(2019): Proc of IS- Glasgow, 92-15003;